

Moments Disque-Harmoniques basés sur l'échantillonnage Healpix pour une description rapide et robuste des formes 2D

N. Ennahahi¹

M. Oumsis¹

M. Meknassi¹

¹ LISQ (Laboratoire d'Informatique-Statistiques-Qualité)

Département Informatique,
Faculté des Sciences Dhar Mahraz, Université USMBA, Fès
B.P. 1796 (Atlas) Fès MAROC

nahnourd@yahoo.fr; oumsis@yahoo.com; m.meknassi@gmail.com

Résumé

Ce papier présente une amélioration effective de notre descripteur de forme basé-région (Moments Disque-Harmoniques), nommé DHMD. Ce descripteur est basé sur des harmoniques définies sur le disque unité. Nous proposons un nouveau échantillonnage du disque unité en exploitant l'outil HEALPIX (Hierarchical Equal Area iso-Latitude Pixelization). L'adoption de HEALPIX est justifiée par ses propriétés géométriques qui assurent le traitement rapide de très larges volumes de données. HEALPIX a été initialement développé pour répondre aux besoins exprimés, en traitement et analyse de données, par les nouvelles missions de recherches relatives au Fond Diffus Cosmologique (ou dans le vocable anglais : Cosmic Microwave Background CMB). La version basique du descripteur DHMD a démontré sa supériorité par rapport à ses compétiteurs en termes de qualité de recherche. L'amélioration que nous proposons concerne principalement le gain en temps d'extraction du vecteur descripteur. La validation des améliorations est élaborée sur la base MPEG-7 CE-1-B. La version améliorée du descripteur DHMD affiche une réelle supériorité Qualité/Temps et encourage son emploi dans les systèmes de recherche supportant de larges bases d'images.

Mots clefs

Recherche d'images par le contenu, Descripteurs de formes, harmoniques sphériques, Polynômes de Legendre, Moments Disque-Harmoniques, HEALPIX.

1 Introduction

La recherche d'images par le contenu (SRIC ou CBIR dans le vocable anglais) est une des plus importantes applications en vision par ordinateur. La demande d'une meilleure qualité délivrée à un délai raisonnable a incité une vaste quantité d'activités scientifiques. Toutes les propositions ont contribué à apporter des améliorations en matière de qualité de représentation d'images et de temps

de réponse. La principale composante d'un processus CBIR réside dans la tâche d'extraction d'une représentation fiable permettant une mesure de similarité entre l'image requête et les images de la base stockée dans le système. Les descripteurs de formes peuvent capter des propriétés pertinentes encapsulées dans un objet au sein de l'image. Ce type de descripteurs est dédié pour représenter un objet segmenté dans une image plutôt que l'image toute entière.

Deux catégories de descripteurs de forme existent : ceux basés-contours et ceux basés-régions. On peut citer le descripteur de Fourier FD [1] et les représentations multi-échelles CSS [2,3] comme descripteurs de formes performants basés sur les contours. Ils ne prennent en compte que l'information résidant dans le contour de la forme étudiée. La transformation Angulo-Radiale ART [4], les moments géométriques [5], les moments de Legendre [6], les moments de Zernike [7] et les moments pseudo-Zernike [6,8] sont quelques instances de la classe des descripteurs de formes à base des régions. Ce sont des représentations qui intègrent également l'information située dans la région occupée par la forme. Des études comparatives intéressantes ont été proposées, dans [1,9,10], pour évaluer les diverses représentations de formes 2D.

Récemment, les travaux intéressés par la recherche de modèles tridimensionnels ont proposé des descripteurs de formes 3D robustes possédant un pouvoir discriminatoire élevé. Cette récente activité a engendré une nouvelle voie de recherches qui s'intéresse à la réutilisation et l'adaptation de quelques descripteurs de formes 3D pour la représentation et la recherche des formes 2D. Dans cette optique, quelques auteurs se sont inspirés par la transformation en Harmoniques Sphériques SHT [11,12,13,14].

Dans [15] nous avons proposé un mapping disque-sphère. Ce mapping nous a servi à formuler un nouvel ensemble de fonctions de base orthogonales, nommées les fonctions Disque-Harmoniques DHF. Ces fonctions harmoniques nous ont permis de proposer un descripteur de formes

basé-région qui peut représenter les objets simples ou complexes par un ensemble de moments harmoniques. Ce descripteur est nommé DHMD. Des résultats d'évaluation intéressants ont été présentés dans [15].

Nous exploitons, dans le présent travail, le mécanisme interne de l'outil HEALPIX [16,17] pour réaliser la transformée rapide en harmoniques sur le disque unité. L'outil HEALPIX a été développé, à l'origine, pour répondre aux besoins accrus en traitement et analyse de larges volumes de données par les nouvelles missions en CMB. Cet outil permet une pixellisation sphérique à égale aire et iso-latitude et assure une analyse rapide en harmoniques sphériques même à très grandes résolutions. Etant donné que la qualité d'un descripteur de forme ne réside pas seulement dans la précision de ses résultats, mais également dans le temps qu'il met pour donner réponse à une requête, nous présentons dans ce papier, une amélioration majeure en termes de temps d'extraction du descripteur DHMD sans perdre en qualité et en pouvoir discriminatoire.

Le reste du papier est structuré comme suit. Les moments Disque-Harmoniques sont rappelés dans la section suivante. Nous introduisons l'outil HEALPIX dans la section 3. Le nouveau paramétrage du disque unitaire est détaillé dans la section 4. L'extraction du descripteur DHMD basé sur HEALPIX est exposée dans la section 5. Les comparaisons de performance et de complexité sont détaillées dans la section 6. La dernière partie est consacrée aux conclusions et perspectives.

2 Les moments Disque-Harmoniques

Les fonctions disque-harmoniques, dénotées $H_l^m(r, \varphi)$, que nous avons proposées dans [15] sont une généralisation des harmoniques sphériques sur le disque unitaire. Elles s'écrivent en coordonnées polaires (r, φ) comme le montre la formule suivante :

$$H_l^m(r, \varphi) = N_l^m P_l^m(r) e^{jm\varphi} \quad (1)$$

Où P_l^m dénote le polynôme de Legendre associé d'ordres l et m , et N_l^m désigne le facteur de normalisation avec $l \geq 0$ et $-l \leq m \leq l$:

$$N_l^m = \sqrt{\frac{2l+l(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} \quad (2)$$

Les fonctions harmoniques $H_l^m(r, \varphi)$ respectent la formule de symétrie suivante :

$$H_l^{-m}(r, \varphi) = (-1)^m H_l^m(r, \varphi)^* \quad (3)$$

Avec $[H_l^m(r, \varphi)^*]$ est le conjugué de la fonction complexe $H_l^m(r, \varphi)$.

Elles ont également la propriété d'être complètes orthogonales sur le disque unitaire et sont séparables en coordonnées polaires, avec une exponentielle complexe pour la partie angulaire.

Les moments harmoniques C_l^m issus de ces fonctions de base peuvent être extraits par calcul de l'intégrale suivante :

$$C_l^m = \int_0^1 \int_0^{2\pi} H_l^m(r, \varphi) f(r, \varphi) r dr d\varphi \quad (4)$$

Où $f(r, \varphi)$ est une fonction image définie sur le disque unitaire.

Dans la version primaire de notre descripteur DHMD, nous avons calculé les moments harmoniques par une intégration numérique simple, où nous nous sommes contentés de sommer sur l'ensemble des points du disque unité. La transformée en Disque-Harmoniques DHT s'écrivait :

$$C_l^m = \sum_r \sum_\varphi f(r, \varphi) H_l^m(r, \varphi)^* \quad (5)$$

$$0 \leq r \leq 1 \text{ et } 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

L'inconvénient de cette simplicité vient du fait que dans ce cas nous devons calculer les polynômes de Legendre associés et la partie angulaire complexe pour chaque point du disque unitaire, et ce pour toutes les valeurs souhaitées des ordres l et m . Pour réduire le temps de calcul, nous avons fait recours au stockage préalable de ces polynômes pré-calculés pour chaque ordre l et m à chaque point du disque unitaire. Cette solution, bien qu'elle réduise le temps d'extraction du vecteur descripteur, elle s'avère gourmande en matière de ressources mémoire. Une discussion détaillée est présentée dans la section des résultats expérimentaux.

Alors qu'en fait, le calcul des harmoniques sphériques peut être rapide si on fait recours à un échantillonnage sphérique adéquat. Le problème d'échantillonnage sur la sphère n'est pas trivial. La contrainte d'une localisation iso-latitudinale des échantillons est indispensable pour assurer la transformée discrète rapide en harmoniques sphériques FSHT. Les partitions icosaédriques offrent une pixellisation bien uniforme mais non alignée sur des anneaux iso-latitudinaux, ce qui prévient l'application de la transformée rapide en harmoniques sphériques.

Dans la méthode FSHT classique [18,19], le calcul de cette transformée se base sur une grille équiangle.

Cette disposition iso-longitudinale des échantillons souffre de la présence d'une affinité entre les pixels au niveau des régions polaires de la sphère. En plus, Cette partition bien qu'elle offre la possibilité de l'application des théorèmes d'échantillonnage et une quadrature exacte pour l'intégration numérique, ses pixels sont à tailles largement variées. Dans cette partition classique, un ensemble de segments radiaux, partant du centre du disque unitaire, sont générés à pas angulaire régulier. Les points échantillonnés se placent sur les intersections entre ces segments et des cercles concentriques de rayons ($r = \sin \theta$) en faisant varier l'angle θ à pas fixe également. Un inconvénient supplémentaire de cette méthode vient du fait que la forme étoilée des segments radiaux peut ne pas prendre en compte quelques détails localisés dans les secteurs compris entre segments consécutifs. Et l'ensemble de points échantillons ne peut être dans ce cas qu'une représentation plus ou moins infidèle à la forme d'origine.

3 HEALPIX

L'outil HEALPIX (Hieararchical Equal Area Iso-Latitude Pixelization) [16,17] est basé sur une première division de la sphère en 12 large pixels qui peuvent être ensuite subdivisés de manière dyadique à la résolution souhaitée, en générant une carte de $N_{pix} = 12 \times N_{side}^2$ pixels à la résolution N_{side} (Figure 1).

Une carte HEALPIX est soigneusement construite afin d'avoir une pixellisation d'égale aire et les pixels se trouvent également alignés sur des anneaux iso-latitudes.

La propriété d'égalité d'aire des pixels permet de surmonter le problème d'affinité des pixels polaires sur la sphère et donner un poids égal aux pixels.

Les positions sur la sphère sont définies par $(z = \cos \theta, \varphi)$ avec $\theta \in [0, \pi]$ est la Co-latitude en radians mesurée à partir du pôle Nord et $\varphi \in [0, 2\pi]$ représente la longitude. Pour une résolution N_{side} , les pixels sont répartis sur $(4 \times N_{side} - 1)$ anneaux iso-latitudes, et peuvent être ordonnés par l'index $p \in [0, N_{pix}]$ qui parcourt les anneaux du pôle Nord vers le pôle Sud.

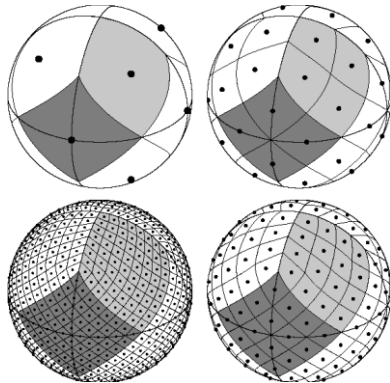


Figure 1- Vues orthographiques de la partition HEALPIX de la sphère [16] pour $N_{side} = 1, 2, 4$ et 8.

Sur l'hémisphère Nord, les positions des pixels sphériques sont données par les équations suivantes :

Pour les pixels de la calotte polaire nord ($z > \frac{2}{3}$) :

avec $p_h = \frac{(p+1)}{2}$, ($1 \leq i \leq N_{side}$) l'index de l'anneau et ($1 \leq j \leq 4i$) l'index du pixel au sein de l'anneau i :

$$\begin{aligned} i &= I(\sqrt{p_h - \sqrt{I(p_h)}}) + 1 \\ j &= p + 1 - 2i(i-1) \\ z &= 1 - \frac{i^2}{3N_{side}^2} \\ \varphi &= \frac{\pi}{2i} \left(j - \frac{s}{2} \right) \\ s &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Pour les pixels de la ceinture équatoriale Nord

($0 \leq z \leq \frac{2}{3}$) :

Avec $p' = p - 2N_{side}(N_{side} - 1)$, ($N_{side} \leq i \leq 2N_{side}$) et ($1 \leq j \leq 4N_{side}$) :

$$\begin{aligned} i &= I\left(\frac{p'}{4N_{side}}\right) + N_{side} \\ j &= (p' \bmod 4N_{side}) + 1 \\ z &= \frac{4}{3} - \frac{2i}{3N_{side}^2} \\ \varphi &= \frac{\pi}{2N_{side}} \left(j - \frac{s}{2} \right) \\ s &= (i - N_{side} + 1) \bmod 2 \end{aligned} \quad (7)$$

Où l'index auxiliaire(s) décrit le déphasage longitudinal sur les arcs, et $I(x)$ représente le plus grand nombre entier inférieur à x .

Les pixels de l'hémisphère Sud peuvent être obtenus par une symétrie miroir par rapport au plan équatorial.

4 Le paramétrage disque-sphère

Soit $D(x, y)$ un point du disque unitaire. En coordonnées polaires (r, φ) , le point $M(x, y)$ vérifie:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \\ y &= r \sin \varphi \end{aligned} \quad (8)$$

Soit $S(X, Y, Z)$ un point de la sphère unitaire. En coordonnées sphériques, le point $S(X, Y, Z)$ vérifie:

$$\begin{aligned} X &= \sin \theta \cos \varphi \\ Y &= \sin \theta \sin \varphi \end{aligned} \quad (9)$$

$$Z = \cos \theta = \sqrt{1 - (X^2 + Y^2)}$$

Pour mettre en correspondance les points $D(x, y)$ et $S(X, Y, Z)$ nous proposons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} X &= x \\ Y &= y \\ Z &= \sqrt{1 - r^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Nous déduisons de (8), (9) et (10), le passage entre un point $D(r, \varphi)$ du disque unitaire et son correspondant $S(\theta, \varphi)$ dans le système d'échantillonnage HEALPIX:

$$\cos \theta = \sqrt{1 - r^2} \quad \text{et} \quad \varphi_{\text{disque}} = \varphi_{\text{sphère}} \quad (11)$$

Avec $\varphi_{\text{sphère}}$ désigne la co-latitude du pixel sphérique, φ_{disque} dénote la coordonnée angulaire du système polaire. Cette mise en correspondance entre sphère et disque ne concerne que l'hémisphère Nord, du moment où la forme est entièrement mappée sur cette région et l'autre hémisphère se voit remplie par des valeurs nulles.

5 Extraction du descripteur DHMD

Pour extraire le vecteur descripteur d'une forme binaire, nous prévoyons une étape de prétraitement qui consiste en un centrage et une normalisation de l'échelle. Ceci permet d'englober entièrement la forme par un disque de rayon unité, centré sur le centre de masse de la forme.

Après l'échantillonnage du disque unitaire contenant la forme par le biais des équations (6), (7) et (11), nous effectuons une Transformée Discrète Rapide en Disque-Harmoniques FDHT. Le noyau de cette transformation se compose d'une branche de FFT régulière, suivie d'une branche de transformations discrètes de Legendre :

$$C_l^m = N_l^m \sum_r w P_l^m(r) \sum_{\varphi} f(r, \varphi) e^{-jm\varphi} \quad (12)$$

Où w désigne une quadrature d'intégration proposée par HEALPIX.

La forme du vecteur descripteur est identique à celle retenue dans [15], et consiste en les amplitudes normalisées de ces coefficients.

Le nombre des coefficients composant le vecteur descripteur est 66 pour un ordre maximal $l=10$. Nous dénotons, dans tout ce qui suit, la version améliorée du descripteur DHMD par l'abréviation DHMHD : DHMD-basé sur HEALPIX).

6 Résultats expérimentaux

Une comparaison détaillée des performances qualité/temps est proposée dans [15] et concerne sept autres descripteurs de formes assez connus dans la littérature. Une supériorité satisfaisante de notre descripteur DHMD a été validée lors de ladite comparaison et l'invariance rotationnelle a été également vérifiée pour le descripteur DHMD.

La partie B de la base de formes MPEG-7-CE-1 est retenue pour l'évaluation des performances des descripteurs. Cette base abrite 1400 images distribuées sur 70 classes à égal effectif [20]. Chaque image de la base contient une seule forme (Figure 2).

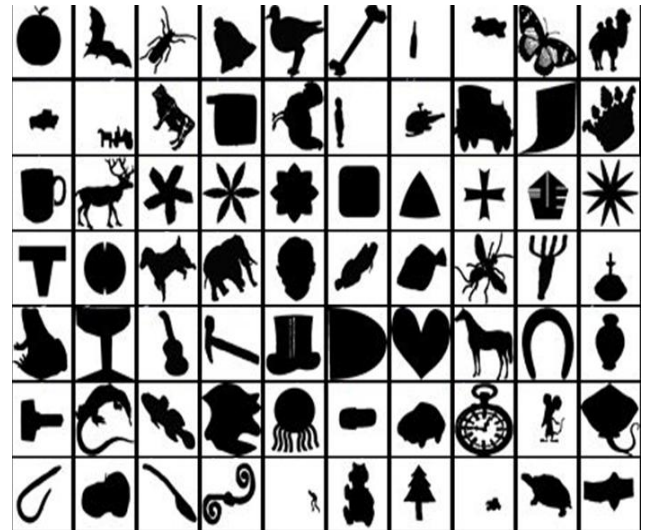


Figure 2- Des exemples de la base de test MPEG7 CE 1 Partie B. Cette base contient 70 classes rassemblant chacune 20 formes similaires.

Nous nous contentons dans le présent papier de présenter la nouvelle version du descripteur DHMHD en comparaison avec l'ancienne variante DHMD.

Les courbes Rappel-Précision constituent l'instrument de mesure de la qualité des descripteurs comparés. Le nouveau descripteur DHMHD affiche la même performance que l'ancienne version du descripteur (Figure. 3).

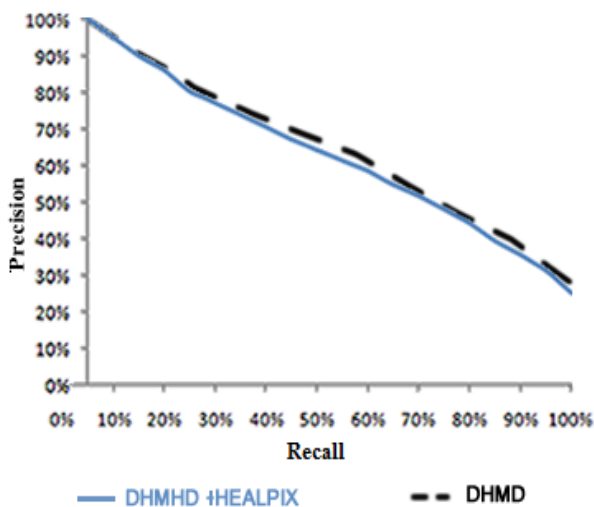


Figure 3- Les courbes Rappel-Précision de DHMD et DHMHD basé sur HEALPIX.

Nous présentons par la suite une analyse de complexité pour mettre en valeur le gain perçu en mémoire et en temps de calcul des polynômes de Legendre.

Dans un disque de diamètre 65 pixels on y compte 3209 pixels approximativement. Pour chacun de ces points on calcule 66 moments C_{lm} jusqu'à l'ordre $l=10$. Nous avons dans ce cas 211794 valeurs réelles à calculer. Alors qu'avec HEALPIX, si $N_{side}=32$ est la résolution de base, on aura 12288 pixels au total et le nombre total des anneaux iso-latitudinaux vaut la moitié de $(4N_{side} - 1)$, soit 127 anneaux sur la sphère. Il en résulte donc que le nombre total de polynômes de Legendre à calculer ne dépasse pas 8448 polynômes au total. Le rapport de gain en mémoire et en complexité est remarquablement persuasif.

Gorski et al. proposent dans [16] une comparaison de complexité, sous forme graphique, entre différents types de partitions et rendent compte la convenance de HELPAIX pour le calcul rapide des harmoniques sphériques. Ils soulignent également que l'extra temps de calcul dissipé pour la génération non-optimale des fonctions de Legendre associées, résulte typiquement en une complexité de l'ordre de $O(N_{pix}^2)$, alors que cette complexité se réduit à l'ordre $O(\sqrt[3]{N_{pix}})$ si on opte pour la pixellisation HEALPIX.

Cette amélioration est d'origine purement géométrique : les fonctions de Legendre membres des harmoniques sphériques, qui doivent absolument être générées via des itérations et des récurrences, ne sont évaluées qu'une seule fois pour chaque anneau.

Nous soulignons également une autre amélioration pesante qui se traduit par l'introduction de la transformée

rapide de Fourier FFT lors du calcul des moments Disque-Harmoniques DHM avec la formule (12).

Pour illustrer la discussion précédente, nous présentons par la suite la figure qui regroupe les temps de traitement pour l'extraction des vecteurs descripteurs de DHMD et DHMHD sans pré-calcul des polynômes de Legendre.

Les temps de (Figure.4) sont exprimés en secondes et représentent les temps moyennes respectives calculées sur la totalité de la base de formes MPEG7-CE-1-B (1400 formes) par une machine CELERON-D 1.7GHz à 256 Mo.

Le temps consacré à la phase de prétraitement, qui comprend un centrage et une mise à l'échelle de la forme, ne dépend guère de la méthode d'échantillonnage mais surtout de la base de formes étudiée. Ceci explique que ce temps reste inchangé pour les deux méthodes comparées. L'apport de la nouvelle approche basée sur le paramétrage du disque unité par le mécanisme interne d'HEALPIX est remarquable puisque la phase de calcul des moments harmoniques est à peu près 12 fois plus rapide qu'avec la méthode basique. Si on compare les temps moyens du processus d'extraction des vecteurs descripteurs DHMD et DHMHD, tout entier, on peut constater que le gain est de l'ordre de 6 fois en faveur de la nouvelle approche proposée dans ce papier.

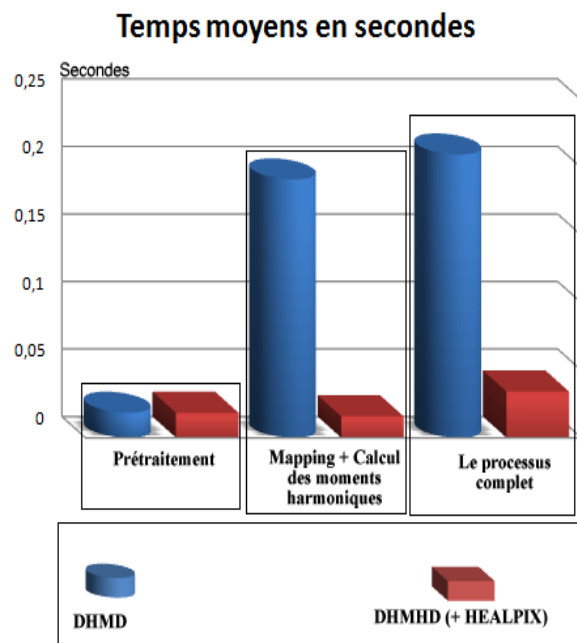


Figure 4- Les temps moyens des différentes phases du processus d'extraction des vecteurs descripteurs DHMD et DHMHD basé sur HEALPIX.

7 Conclusion et perspectives

Nous avons apporté une amélioration majeure en temps d'extraction du vecteur descripteur DHMD inspiré par les harmoniques sphériques. Cette contribution est due à l'introduction de l'outil HEALPIX qui connaît déjà ses succès avec les missions spatiales exigeant le traitement rapide de quantités de données volumineuses (ex. La mission Planck de l'agence spatiale Européenne ESA). Le caractère iso-latitudinal des pixels HEALPIX nous a permis d'exploiter la Transformée de Fourier Rapide FFT et un calcul optimisé des polynômes de Legendre associés. La qualité des résultats, obtenus par le nouveau descripteur DHMHD, reste satisfaisante et se traduit par une courbe rappel-précision étroitement voisine à la version basique.

Nous prévoyons dans le futur proche, étudier l'effet de la résolution N_{side} , de la carte HEALPIX, sur le temps de traitement et la qualité des résultats.

Références

- [1] Zhang D.S et Lu G. A comparative study of Fourier descriptors for shape representation and retrieval. Dans *Fifth Asian Conference on Computer Vision (ACCV02)*, pages 646-651, 2002.
- [2] Abbasi S. et Mokhtarian F. et Kittler J. Curvature scale space image in shape similarity retrieval. *Multimedia Systems*, 7(6) : 467-476, 1999.
- [3] Abbasi S. et Mokhtarian F. et Kittler J.. Enhancing CSS-based shape retrieval for objects with shallow concavities. *Image and vision computing*, 18(3): 199-211, 2000.
- [4] Whoi-Yul Kim et Young-Sung Kim. A new region-based shape descriptor. Dans *ISO/IEC MPEG99/M5472*, Maui, Décembre 1999.
- [5] Hu M. Visual pattern recognition by moment invariants. *IRE trans. Inf. Theory*, IT-8 : 179-187, 1962.
- [6] Teh C.-H. et Chin R.T. On image analysis by the methods of moments. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(4) : 496-513, 1988.
- [7] Chong C-W. et Raveendran P et Mukunda R. A comparative analysis of algorithms for fast computation of Zernike moment. *Pattern Recognition*, 3 : 890-901, 2003.
- [8] Haddadnia I. et Ahmadi M. et faez K. An efficient feature extraction method with pseudo-Zernike moment in RBF neural network-based human face recognition system. *Eurasip Journal on Applied Signal processing*, 2003(9) : 731-742, 2003.
- [9] Zhang D.S. et Lu G. A comparison of shape retrieval using Fourier descriptors and short-time Fourier descriptors. Dans *Second IEEE Pacific-Rim Conference on Multimedia PCM01* , pages 855-860, 2001.
- [10] Zhang D.S. et Lu G. Evaluation of MPEG-7 shape descriptors against other shape descriptors, *Multimedia Systems*, 9(1) : 15-30, 2003.
- [11] Thomas Funkhouser et Patrick Min et Misha Kazhdan et Joyce Chen et Alex Halderman et David Dobkin et David Jacobs. A search engine for 3D models. *ACM Transactions on Graphics*, 22(1): 83-105, 2003.
- [12] Pu J.T. et Karthik R. On visual similarity based on 2D drawing retrieval. *Computer Aided Design*. 38(3) : 249-259, 2006.
- [13] Sajjanhar A. et Lu G. et Zhang D. et Hou J. et Chen Y. Spherical Harmonics and Distance Transform for Image Representation and Retrieval. *Lecture Notes in Computer Science (IDEAL09)*, 5788: 309-316, 2009.
- [14] Sajjanhar A. et Lu G. et Zhang D.S. Spherical harmonics descriptor for 2D-image retrieval. Dans *IEEE International Conference on Multimedia and Expo ICME'05*, pages 105-108, 2005.
- [15] Ennahnahi N. et Oumsis et M. Bouhouch A. et Meknassi M. Fast shape description based on a set of moments defined on the unit disc and inspired by three-dimensional spherical harmonics. *Image processing IET*, 4(2) :120-131, April 2010.
- [16] Górski K.M. et Eric Hivon et Banday A.J. et Wandelt B.D. et Hansen F.K. et Reinecke M. et Bartelmann M. HEALPIX- a frame work for high resolution discretization an fast analysis of data distributed on the sphere. *The Astrophysical Journal*, 622(2) : 759-771, Avril 2005.
- [17] HEALPIX. <http://healpix.jpl.nasa.gov/>
- [18] Healy Jr. et Rockmore D. et Kostelec P. et Moore S. FFTs for the 2-sphere-Improvements and Variations. *The journal of Fourier Analysis and Applications*, 9(4) : 341-385, 2003.
- [19] <http://www.cs.dartmouth.edu/~geelong/sphere/>
- [20] Latecki L.J. et Lakämper R. et Eckhardt U. Shape Descriptors for Non-rigid Shapes with a Single Closed Contour. Dans *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 424-429, 2000.